2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x^3+2x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3+1\right)dx=3e^2+1$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $\mathbb{R}$.

---

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-3x\right)dx=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^2\right)e^x dx=3$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{3f(x)}{x}$.

---

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4+x+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x-1\right)dx=\frac{1}{5}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{1}^{e}\left(f(x)-x^4-1\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$.

5p **c)** Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox și dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

---

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-2\right)dx=0$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{0}^{1}e^x f(x)\,dx=2e-1$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, știind că $\int_{0}^{a}f(x)\,dx=\int_{0}^{6-a}\left(f(x)-4\right)dx$.

---

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-x^2+x-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)+x^2-x+1\right)dx=0$.

5p **b)** Arătaţi că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$.

---

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)+x)\,dx=1$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3-f(x)\right)e^x\,dx=1$.

5p **c)** Determinaţi aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=3$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-x^2-1\right)dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2017$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ și $x=2$ are aria egală cu $n^2-\frac{7}{3}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+2x-4$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 \left(f(x)-2x+4\right)dx=7$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=2017$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx=a^3-2$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-5x\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+2017$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.