1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=-4$.

5p **b)** Arătați că $\det(A-2B)=0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=2A$.

5p **c)** Determinați numerele reale a, b și c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-2 & b\\ c+1 & 1\end{pmatrix}=I_2$.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot B=B\cdot A$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $A\cdot A-3(A+B)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}$.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $A\cdot B=I_2$, unde $B=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Determinaţi numărul real a pentru care $B\cdot B=2B$.

5p **c)** Arătați că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Arătați că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A\cdot X=B$.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-8$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=8I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Demonstrați că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-13$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B-xI_2)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.