

## Clasele V-X (Sub I)

### Problema 1.

1. Arătați că  $3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1$ .
2. Determinați numărul real  $m$  știind că  $f(m) = 1$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 4$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x^2 + 1} = 1$ .
4. În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei. Determinați valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,6)$ ,  $B(2,6)$  și  $C(5,2)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
6. Arătați că  $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 4$ .

### Problema 2.

1. Arătați că  $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$ .
2. Determinați numărul real  $a$  știind că  $f(1) = a$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(2x+1) = \log_2 5$ .
4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,5)$  și  $B(3,5)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
6. Arătați că  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$ .

### Problema 3.

1. Arătați că  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 1$ .
2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 4$  cu axa  $Oy$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{3x-1} = 9$ .
4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(4,1)$  și  $C(4,4)$ . Arătați că  $AB = BC$ .
6. Determinați aria triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$  știind că  $AB = 6$  și  $BC = 10$ .

#### **Problema 4.**

1. Pentru  $a = 3$  arătați că  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$ .
2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 5} = 3$ .
4. Prețul unei imprimante este 120 de lei. Determinați prețul imprimantei după o scumpire cu 10%.
5. În sistemul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,2)$ ,  $B(2,5)$  și  $C(6,5)$ . Determinați perimetrul triunghiului  $ABC$ .
6. Calculați  $\cos A$  știind că  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  și unghiul  $A$  este ascuțit.

#### **Problema 5.**

1. Arătați că  $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = 3$ .
2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  cu axa  $Ox$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+1} = 3^2$ .
4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(3,1)$  și  $C(3,3)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
6. Determinați lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $BC = 10$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

#### **Problema 6.**

1. Arătați că  $3(2 + \sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = 6$ .
2. Calculați  $f(-2) \cdot f(0)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x^2 + 1) = \log_3 1$ .
4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 10%.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $P(2,1)$  și  $R(2,3)$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $PR$ .
6. Calculați  $\cos B$ , știind că  $\sin B = \frac{5}{13}$  și unghiul  $B$  este ascuțit.

### **Problema 7.**

1. Arătați că  $3(2 - \sqrt{2}) + 3\sqrt{2} = 6$ .
2. Calculați  $f(0) \cdot f(2)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{x-2} = 25$ .
4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$  și  $B(1,3)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
6. Calculați  $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ$ .

### **Problema 8.**

1. Arătați că  $2(5 - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 10$ .
2. Calculați  $f(-3) + f(3)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 9$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{2x} = 25$ .
4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$  și  $B(3,1)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
6. Calculați  $\cos 30^\circ + \cos 150^\circ$ .

### **Problema 9.**

1. Arătați că  $3(4 - \sqrt{3}) + 3\sqrt{3} = 12$ .
2. Calculați  $f(-4) + f(4)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 16$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $(x-2)^2 - x^2 + 8 = 0$ .
4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 30%.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,4)$  și  $B(2,1)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
6. Calculați  $\cos A$ , știind că  $\sin A = \frac{1}{2}$  și unghiul  $A$  este ascuțit.

### **Problema 10.**

1. Arătați că  $2(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 4$ .
2. Calculați  $f(4) + f(-4)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 4$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^{2x} = 49$ .
4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(4,3)$  și  $B(4,1)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
6. Calculați  $\sin 45^\circ - \sin 135^\circ$ .

### **Problema 11.**

1. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  se cunosc  $a_4 = 7$  și  $a_9 = 22$ . Calculați  $a_{14}$ .
2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 5 - x$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{3-x} = \frac{1}{4}$ .
4. Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $M = \{0, 1, 2, 3\}$ .
5. Într-un reper cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 2)$  și  $B(3, 0)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
6. Calculați lungimea laturii  $BC$  a triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 6$ ,  $AC = 5$  și  $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$ .

### **Problema 12.**

1. Arătați că  $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$ .
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\frac{2}{x-3} < 0$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+2} = x+2$ .
4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de  $p\%$  pe an. Calculați  $p$ , știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0, 0)$  și  $A(2, 3)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $A$  este mijlocul segmentului  $(OB)$ .
6. Determinați măsura  $x$  a unui unghi ascuțit, știind că  $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$ .

### **Problema 13.**

1. Ordonăți crescător numerele  $\sqrt{12}$ ,  $2\sqrt{2}$  și 3.
2. Rezolvați sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ .
3. Se consideră funcțiile  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2(x+1)$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow (-1, +\infty)$ ,  $g(x) = 2^x - 1$ .  
Calculați  $f(g(1))$ .
4. Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 1)$ ,  $B(3, 5)$ . Calculați lungimea medianei din vârful  $O$  în triunghiul  $OAB$ .
6. Se consideră triunghiul  $MNP$  cu  $MP = 6$ ,  $\sin N = \frac{3}{5}$  și  $\sin P = \frac{4}{5}$ . Calculați lungimea laturii  $(MN)$ .

### **Problema 14.**

1. Se consideră numărul  $a = \log_3 2$ . Arătați că  $\log_3 6 = 1 + a$ .
2. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(0,1)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x+1) - \log_2(x+3) = -1$ .
4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ , acesta să fie divizibil cu 7.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(4, -1)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $O$  este mijlocul segmentului  $(AB)$ .
6. Calculați cosinusul unghiului  $A$  al triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 5$ ,  $AC = 6$  și  $BC = 7$ .

### **Problema 15.**

1. Determinați  $x \in \mathbb{R}$  pentru care numerele  $x - 1$ ,  $x + 1$  și  $3x - 1$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5 - x$ . Calculați  $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(10)$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x-1} = x - 3$ .
4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
5. Calculați distanța de la punctul  $A(2, 3)$  la punctul de intersecție a dreptelor  $d_1: 2x - y - 6 = 0$  și  $d_2: -x + 2y - 6 = 0$ .
6. Calculați cosinusul unghiului  $M$  al triunghiului  $MNP$ , știind că  $MN = 4$ ,  $MP = 5$  și  $NP = 6$ .

### **Problema 16.**

1. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  se cunosc  $a_2 = 6$  și  $a_3 = 5$ . Calculați  $a_6$ .
2. Determinați soluțiile întregi ale inecuației  $2x^2 - x - 3 \leq 0$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+2) - \log_3(x-4) = 1$ .
4. După o scumpire cu 5%, prețul unui produs crește cu 12 lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 4)$  și  $B(5, 0)$ . Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $[AB]$ .
6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $BC = 9$  și  $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$ .

**Problema 16.**

1. Calculați  $\log_6 3 + \log_6 12$ .
2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - x + 3$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^x + 7^{x+1} = 392$ .
4. Determinați  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , pentru care  $C_n^2 = 4A_n^1$ .
5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0, -2)$  și  $B(4, m)$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ . Determinați valorile lui  $m$  pentru care  $AB = 5$ .
6. Calculați  $\cos 40^\circ + \cos 140^\circ$ .