

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - x + a = 0$, unde a este număr real. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $x_1 x_2 - 1 < 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} = 9^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, -1)$ și $B(4, 4)$. Demonstrați că punctele A , O și B sunt coliniare.
- 5p 6. Demonstrați că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 16$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A \cdot B = aI_2$.
- 5p c) Demonstrați că $\det \left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, pentru orice număr real nenul x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$.
- 5p a) Arătați că $(-2) \circ (-2) = 2$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x - 1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $-e \leq f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Calculați $\int_1^e f(x) \ln x dx$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{3}(2-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})=0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2$. Determinați numerele reale a , știind că $f(a)=a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{7x-5}=4^x$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, acesta să verifice relația $2^n\leq 16$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$, $N(4,3)$ și $P(6,1)$. Determinați lungimea segmentului MQ , unde Q este mijlocul segmentului NP .
- 5p** 6. Arătați că $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ - \cos 60^\circ - \cos 45^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2))=5$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
- 5p** c) Determinați numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.
- 5p** a) Arătați că $2*2=2$.
- 5p** b) Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Calculați $1*2*3*\dots*2018$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x^2+2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $1\leq f(x)+f(y)\leq 3$, pentru orice numere reale x și y .
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-6x^2+12x+5$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1(f(x)-x^3)dx=9$.
- 5p** b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este o funcție convexă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Arătați că $\int_2^4\frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)(1 + 0,5) = \frac{3}{4}$.
- 5p 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1 - 3x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x + 5) = \log_3 9$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 30%, prețul unui obiect este 700 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ și $B(8,0)$. Determinați lungimea medianei din vârful O în triunghiul AOB .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ - (\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p b) Arătați că, dacă $A + B(x) = 3I_2$, atunci $A \cdot B(x) = 5I_2$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B(x) \cdot B(x) - I_2) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 9(x + y) + 90$.
- 5p a) Arătați că $10 \circ 8 = 8$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x - 9)(y - 9) + 9$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ n \leq 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(3-x)(x+1)}{(x^2+3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-1 \leq f(x) + f(y) \leq \frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x și y .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{e^x} + x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 \left(f(x) - \frac{1}{e^x} \right) dx = 0$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- 5p c) Calculați $\int_0^1 e^x f(x) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(2 - \frac{1}{2}\right)\left(3 - \frac{1}{3}\right)\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) + f(a+1) = 5$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x-4} = 25$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$, acesta să fie un număr divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,1)$ și $B(2,5)$. Calculați lungimea segmentului OM , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Arătați că $2 \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 4 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 36$.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x) \cdot M(y) = A$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX - 6$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = m - 5$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați numărul real m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Pentru $m = -7$, determinați numerele reale p și q , pentru care $f = (X+1)(X^2 + pX + q)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 3x(x-2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq -1$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - x, & x \in (-\infty, 1] \\ 2 + \frac{1}{x} \cdot \ln x, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$.
- 5p** b) Arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Determinați numărul natural n pentru care $\int_0^2 f(x) dx = \frac{n^2 - 4 + \ln^2 2}{2}$.